数据结构

（C语言版）（第2版）

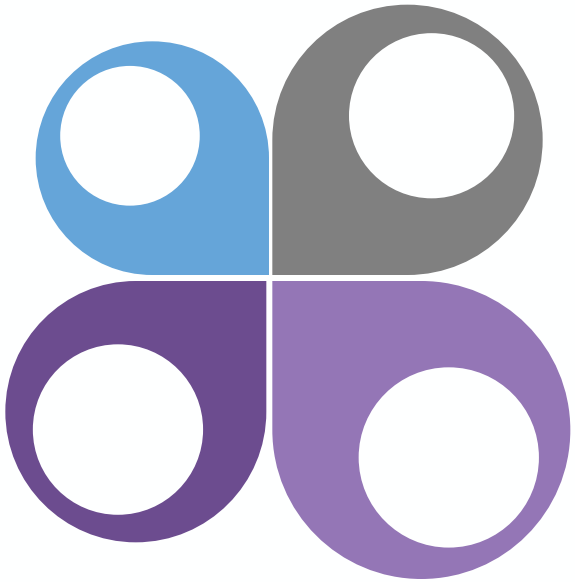
图

图的应用（1）——最小生成树算法

主讲教师：汪红松

教 学 内 容 Contents

图的应用

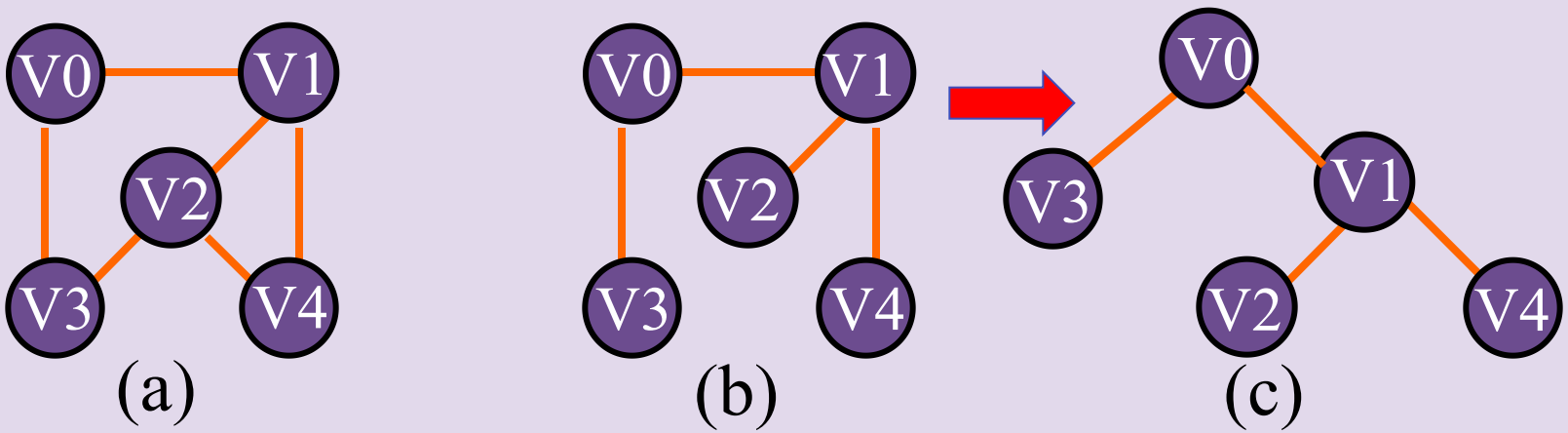


- 最小生成树
- 最短路径
- 拓扑排序
- 关键路径

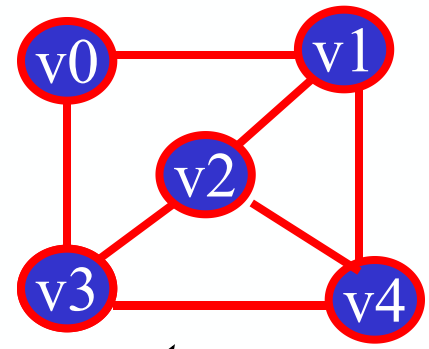
最小生成树

极小连通子图：该子图是G 的连通子图，在该子图中删除任何一条边，子图不再连通。

生成树：包含图G所有顶点的极小连通子图（n-1条边）。

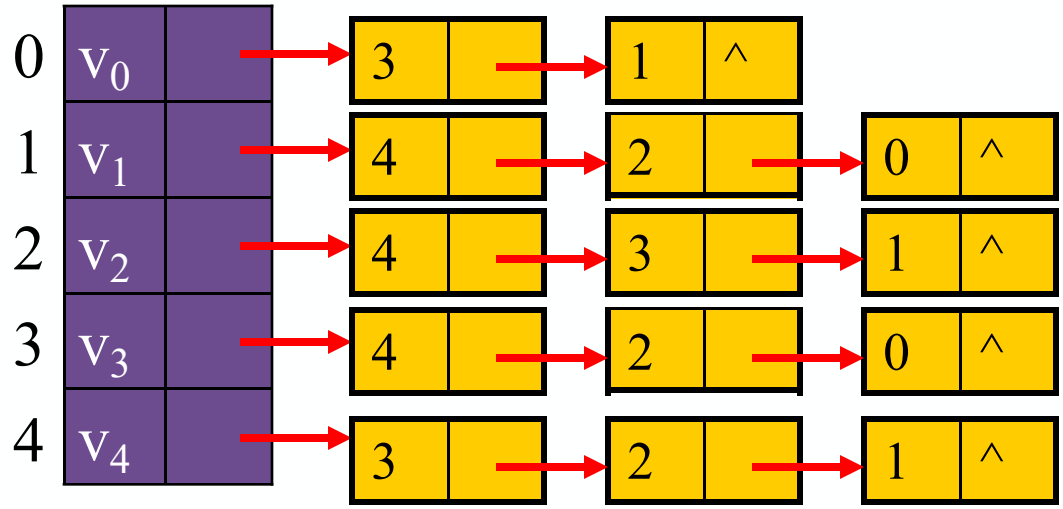


画出下图的生成树



无向连通图

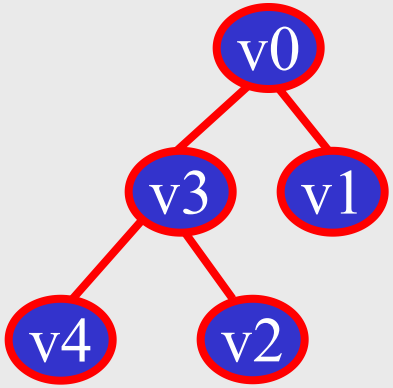
邻接表



DFS 生成树

(a)

BFS 生成树



(b)

求最小生成树

首先明确：

1. 使用不同的遍历图的方法，可以得到不同的生成树
2. 从不同的顶点出发，也可能得到不同的生成树。
3. 按照生成树的定义，n 个顶点的连通网络的生成树有 n 个顶点、n-1 条边。

目标：

在网的多个生成树中，寻找一个各边权值之和最小的生成树。

构造最小生成树的准则

必须只使用该网中的边来构造最小生成树；

必须使用且仅使用n-1条边来联结网络中的n个顶点

不能使用产生回路的边

最小生成树的典型用途

欲在n个城市间建立通信网，则n个城市应铺n-1条线路；但因为每条线路都会有对应的经济成本，而n个城市可能有n(n-1)/2条线路，那么，如何选择n–1条线路，使总费用最少？

数学模型：

顶点———表示城市，有n个；
边————表示线路，有n–1条；
边的权值—表示线路的经济代价；
连通网——表示n个城市间通信网。

显然此连通网是一个生成树！

如何求最小生成树

- Prim（普里姆）算法
- Kruskal（克鲁斯卡尔）算法

Prim算法

归并顶点，与边数无关，适于稠密网。

Kruskal算法

归并边，适于稀疏网。

普里姆算法的基本思想 - - 归并顶点

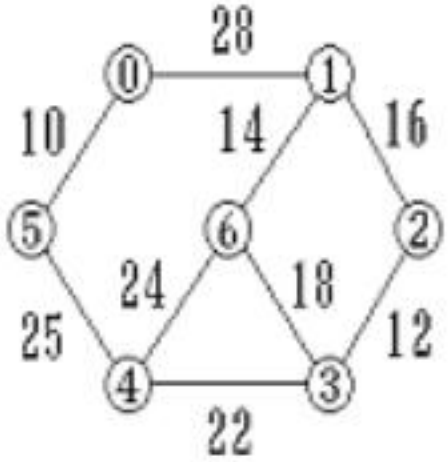
设连通网络 $N=\{V,E\}$

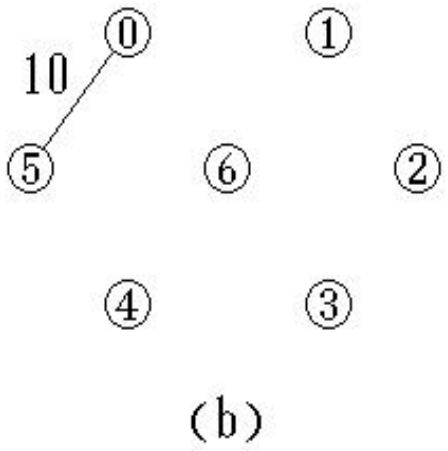
从某顶点 u0 出发，选择与它关联的具有最小权值的边(u0, v)，将其顶点加入到生成树的顶点集合U中

每一步从一个顶点在U中，而另一个顶点不在U中的各条边中选择权值最小的边(u, v),把它的顶点加入到U中

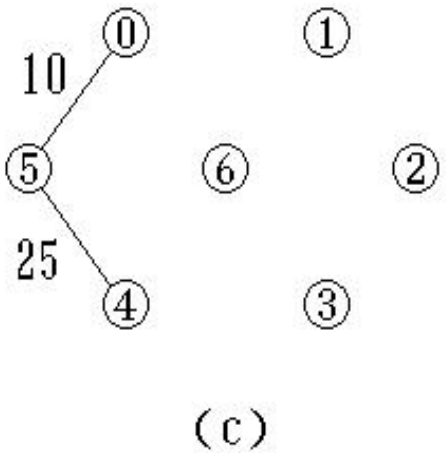
直到所有顶点都加入到生成树顶点集合U中为止

应用普里姆算法构造最小生成树的过程

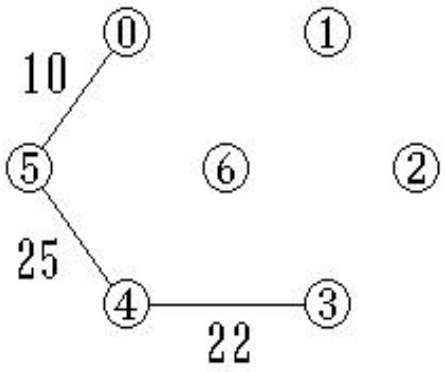




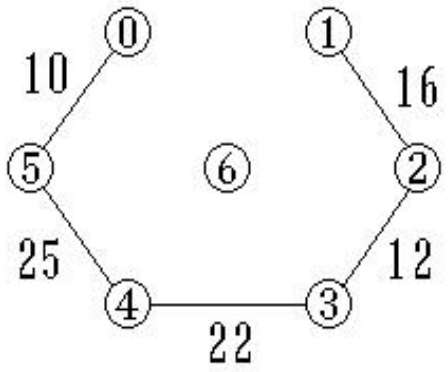
(b)



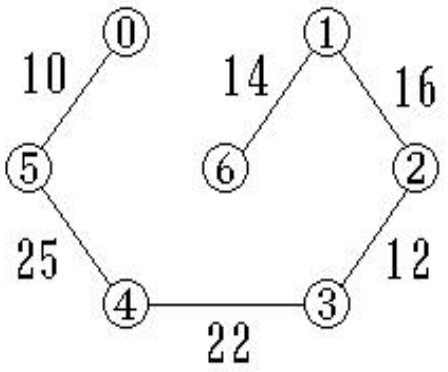
(c)



(d)



(e)



(f)

克鲁斯卡尔算法的基本思想 - 归并边

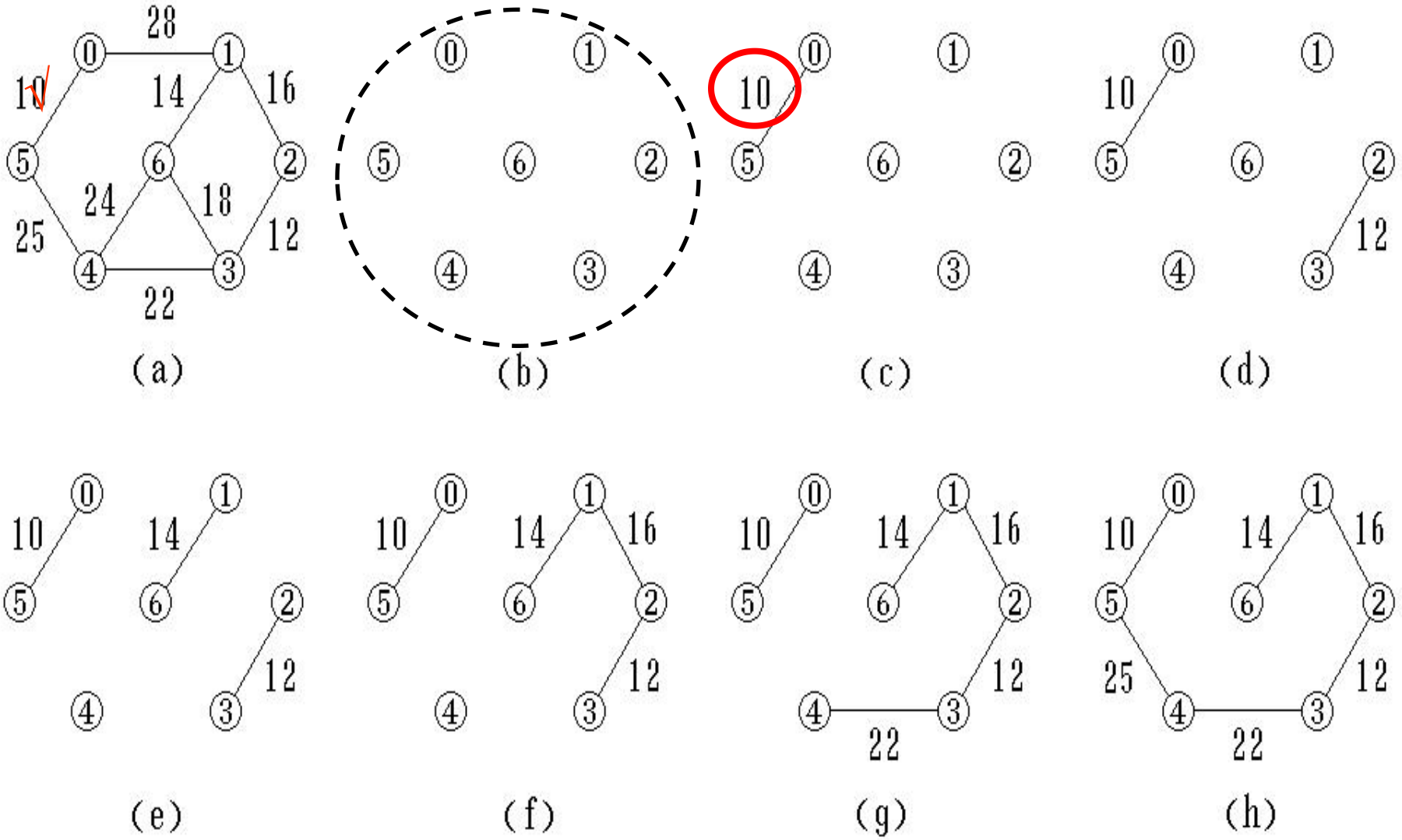
- 设连通网络 $N = \{ V, E \}$

构造一个只有 n个顶点，没有边的非连通图 T = { V, Ø }，每个顶点自成一个连通分量

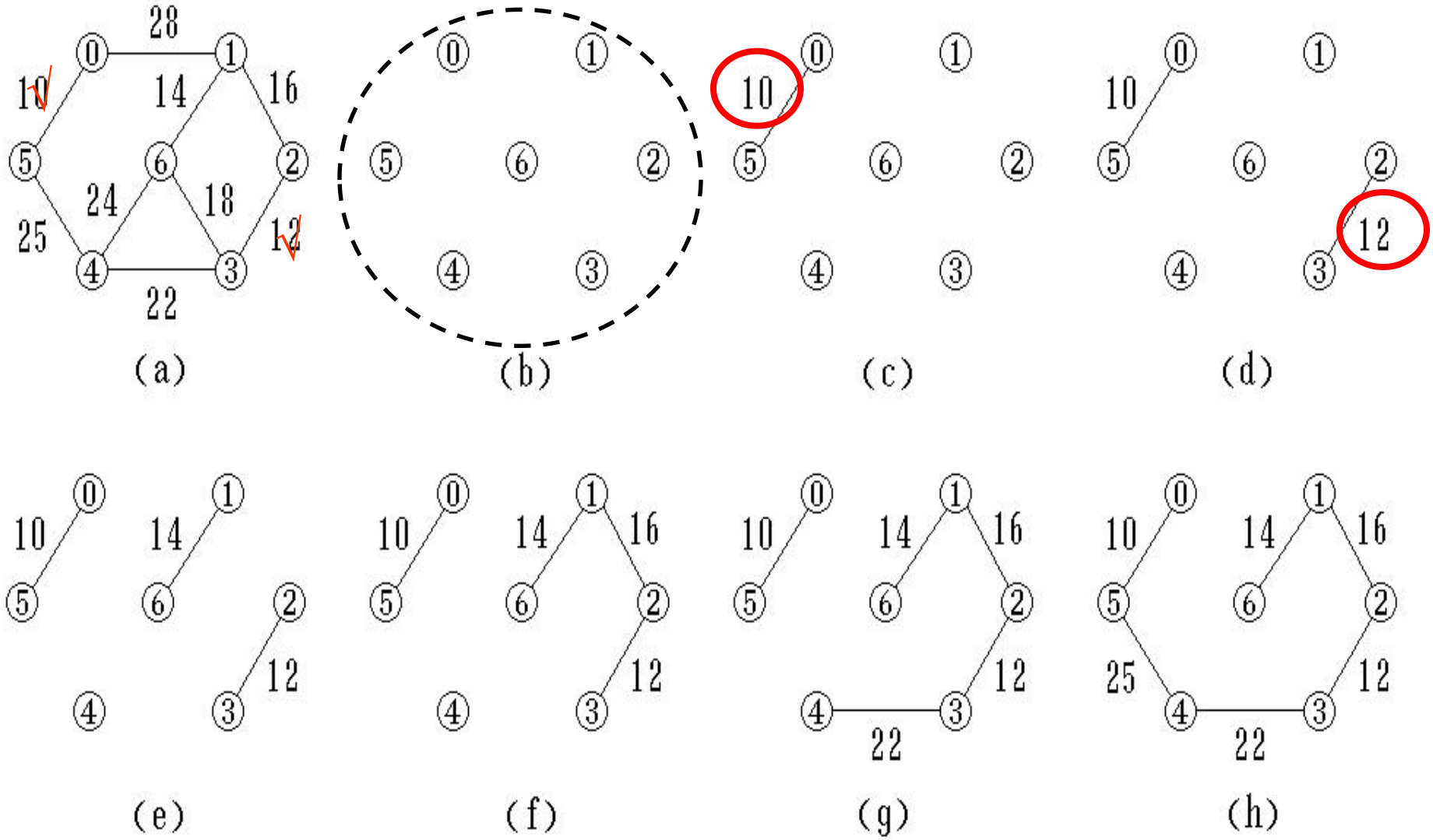
在 E 中选最小权值的边,若该边的两个顶点落在不同的连通分量上，则加入 T 中；否则舍去，重新选择

重复下去，直到所有顶点在同一连通分量上为止。

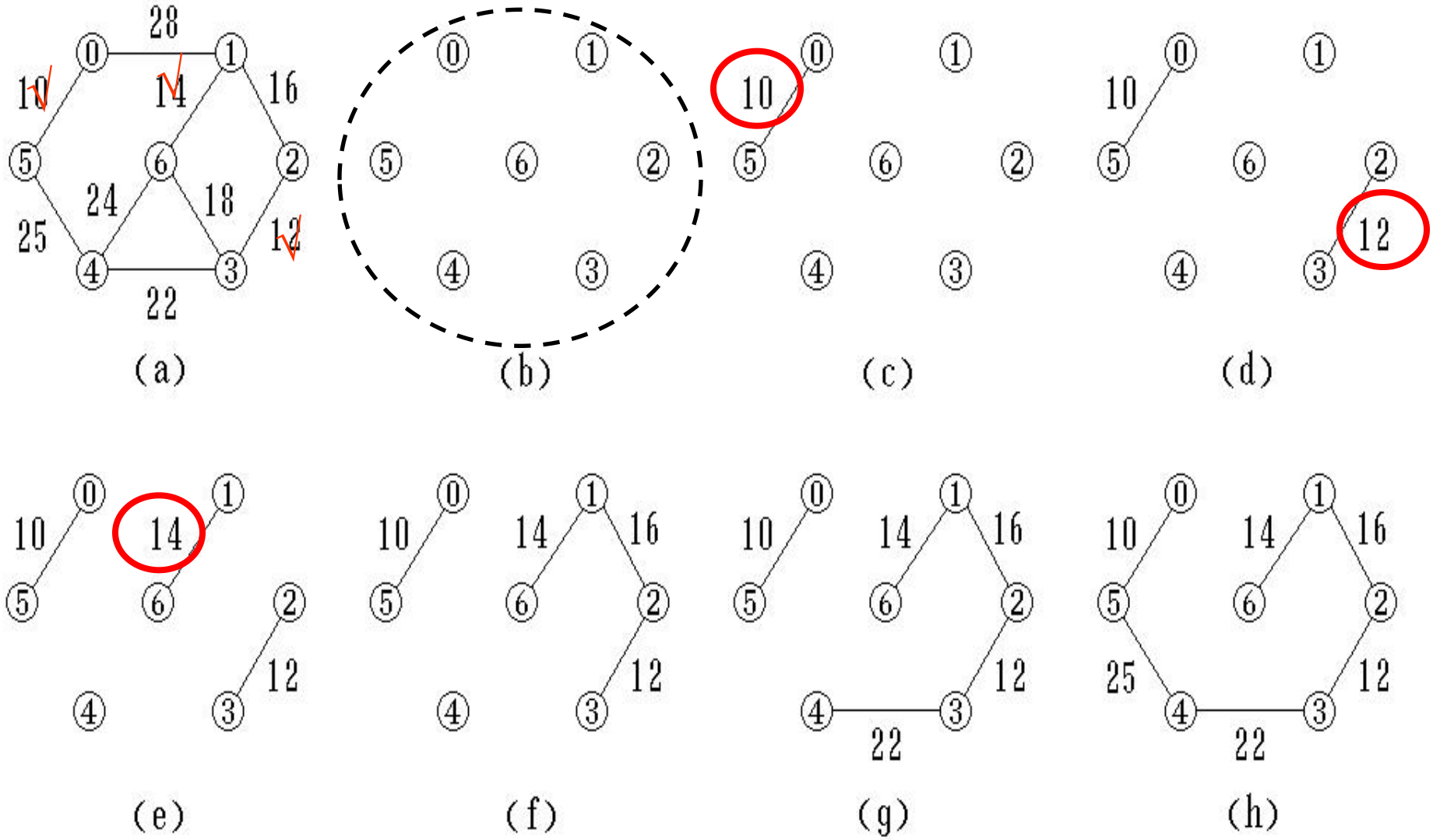
应用克鲁斯卡尔算法构造最小生成树的过程



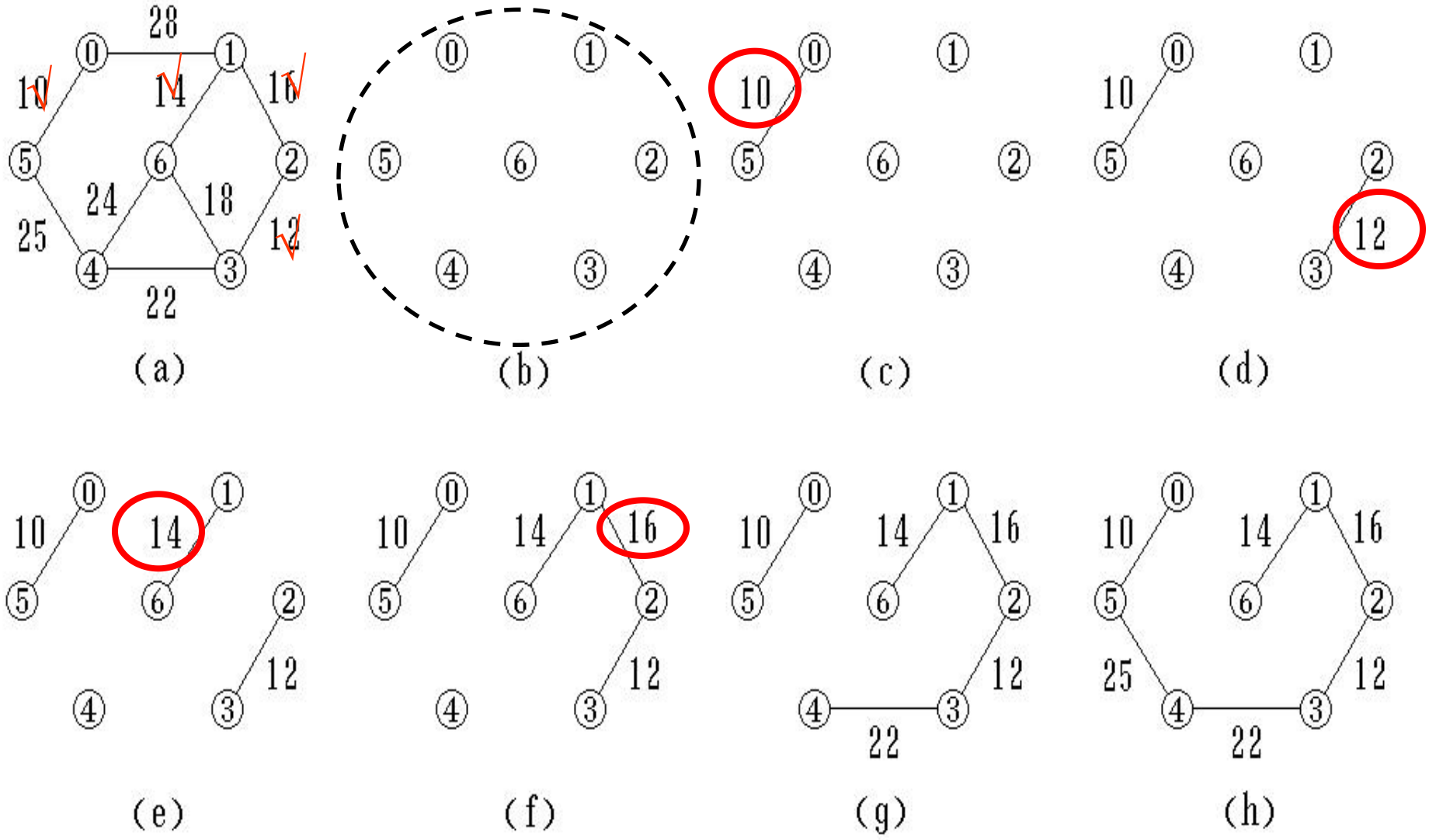
应用克鲁斯卡尔算法构造最小生成树的过程



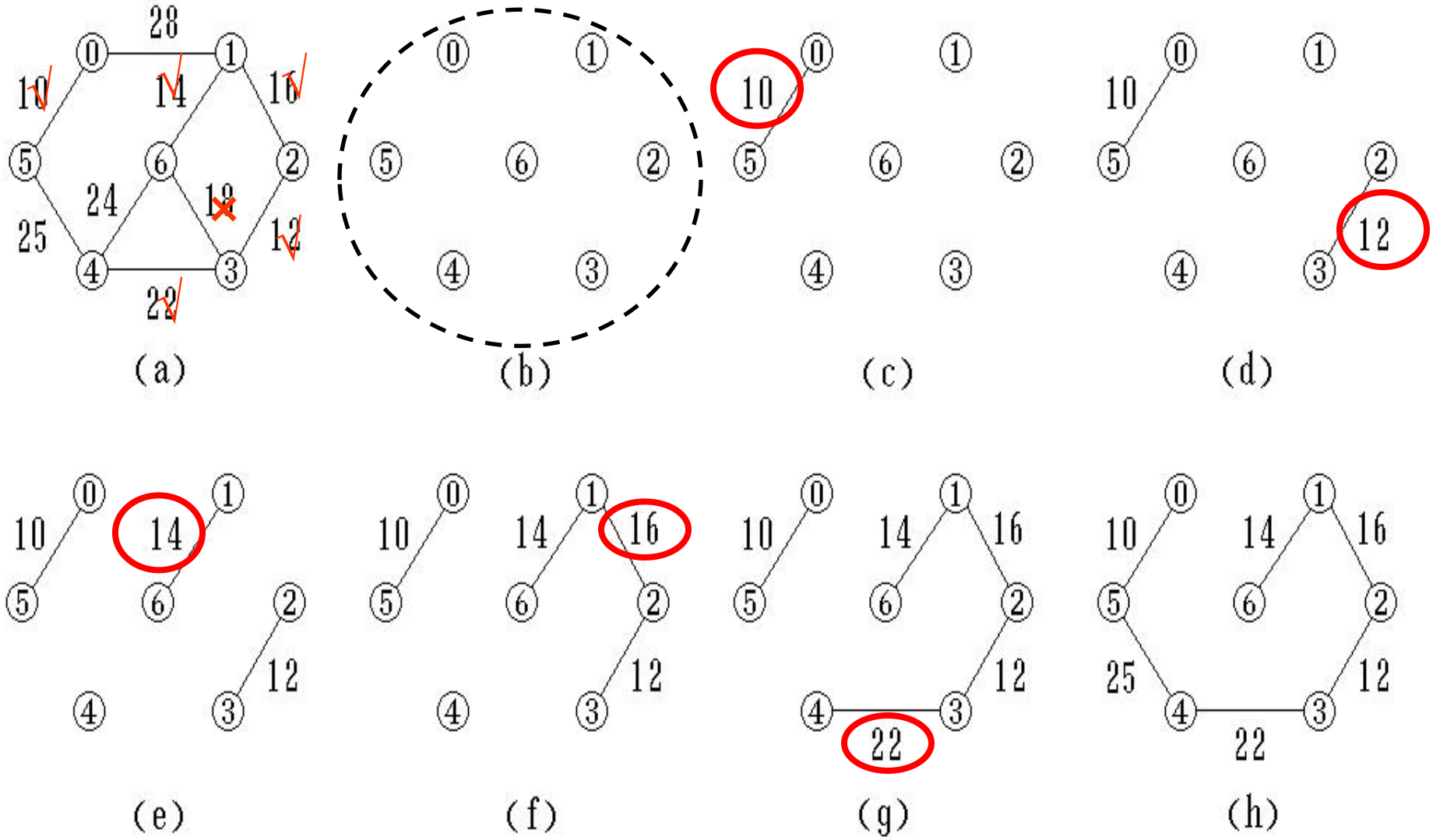
应用克鲁斯卡尔算法构造最小生成树的过程



应用克鲁斯卡尔算法构造最小生成树的过程



应用克鲁斯卡尔算法构造最小生成树的过程



应用克鲁斯卡尔算法构造最小生成树的过程